

基于子空间的块稀疏信号压缩感知重构算法

付 宁, 曹离然, 彭喜元

(哈尔滨工业大学自动化测试与控制系, 黑龙江哈尔滨 150080)

摘 要: 块稀疏信号是一种典型的具有特殊结构的稀疏信号, 在压缩感知问题中, 针对块稀疏信号的特点, 提出了一种基于子空间的块稀疏信号压缩感知重构算法. 该算法每次迭代找到整个信号支撑块的估计, 包含正确信号支撑块所在空间的一个子空间, 然后计算残差, 并在下一次迭代时, 通过回溯思想和最小均方准则修正更新上一次找到的信号支撑块, 最后直到残差为零, 找到信号的整个支撑块, 通过伪逆运算重构出源信号. 本文证明了算法重构源信号的充分条件, 说明了算法的普适性. 此算法有两个重要的特点: (1) 由于引入回溯思想, 因此重构概率较高; (2) 复杂度较低. 通过仿真实验表明, 该算法较已有大多数块稀疏信号重构算法的重构概率高, 迭代次数少, 在块稀疏信号的压缩感知问题中具有重要意义.

关键词: 压缩感知; 块稀疏; 子空间; 重构概率

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2011) 10-2338-05

Compressed Sensing of Block-Sparse Signals Recovery Based on Subspace

FU Ning, CAO Li-ran, PENG Xi-yuan

(Department of Automatic Test and Control, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150080, China)

Abstract: Block-sparse signal is a typical sparse signal. As to the feature of block-sparse signal for compressed sensing, a subspace matching pursuit algorithm for block-sparse signals recovery has been proposed in this paper. The algorithm determines an estimate of the correct support set during each iteration, which includes a subspace of the correct support set, then calculates the residual, additionally, the estimate support set will be refined at next iteration using the backtracking and least mean square criterion. The correct support set will be found until the residual reduces to zero; finally, the recovery signal can be determined by the pseudo-inverse. A sufficient condition for the proposed algorithm is given and proved, which shows it's universally applicable. The algorithm has two important characteristics: high recovery probability because of the backtracking idea; low computational complexity. The simulation results demonstrate its high recovery probability than most existing algorithms, which makes it a promising candidate for block-sparse signals compressed sensing.

Key words: compressed sensing; block-sparse; subspace; recovery probability

1 引言

压缩感知 (Compressed Sensing, CS)^[1,2] 是 2006 年由 Candès, Romberg, Tao 和 Donoho 等人提出的一种新的信号采样理论. CS 理论指出: 当信号具有稀疏特性时, 可以通过远小于信号长度的少量观测值来精确重构源信号^[3,4]. 标准的 CS 框架是在未知向量满足稀疏性或变换域满足稀疏性的条件下, 从少量观测值中得到未知向量的恢复. 自 CS 理论建立以来, 已经提出了很多有效而精确的重构算法, 比较有代表性的包括基追踪 (Basis Pursuit, BP) 算法^[5] 和贪婪算法^[6-9] 等. 但是标准的 CS 框架没有考虑到源信号的结构, 对于某些具有特定结构的稀疏信号, 这些重构算法没有利用信号的结构, 因此重

构概率低. 文献[10]提出了基于模型的压缩感知, 并分析了实际中的一种典型稀疏信号——块稀疏信号 (Block-sparse Signal), 即, 信号值不为零的地方是成块出现的. 基于这种稀疏信号的特点, Eldar 等人进行了深入研究, 提出了一系列重构算法. 其中, 文献[11]中指出, 块稀疏信号的重构是一个混合 l_2/l_1 范数的优化问题 (Mixed l_2/l_1 -norm Optimization Program, L-OPT), 并通过标准的凸优化软件包可以求解. 此算法可以看成是 BP 算法的在块稀疏信号中的拓展. 由于基于 BP 的重构算法复杂度高, 文献[12]又将匹配追踪 (Matching Pursuit, MP)、正交匹配追踪 (Orthogonal Matching Pursuit, OMP) 拓展到块稀疏信号中, 提出了块稀疏匹配追踪 (Block MP, BMP) 以及块稀疏正交匹配追踪 (Block OMP, BOMP) 算

法.文献中的实验表明这些算法较传统意义下的稀疏重构算法有更高的重构概率.但是,BMP和BOMP算法至少需要 K 次迭代才能重构源信号,复杂度仍然较高,为 $O(KmN)$,其中 K 为块稀疏度, m 为测量次数、 N 为信号长度,且容易造成错误匹配现象,对于实时性和精度要求较高的场合并不适用.

针对以上算法的缺点,本文引入文献[7]的子空间思想,提出了一种基于子空间的块稀疏信号压缩感知重构算法.该算法每次迭代找到 K 个信号支撑块(信号值不为0的块的位置)的估计,并在下一次迭代时,利用回溯思想^[13]修正上一次找到的信号支撑块,直到残差为零时找到信号的整个支撑块,最后通过伪逆运算重构出源信号.通过理论分析,本文证明了算法重构源信号的充分条件,说明了算法的普适性.实验表明,本文算法迭代次数少,复杂度低,且重构概率有了提高.

2 块稀疏信号压缩感知理论

2.1 块稀疏信号模型

块稀疏信号的压缩感知模型如下^[10]:

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} \quad (1)$$

其中 $\Phi \in \mathbb{R}^{m \times N}$ 为测量矩阵,且 $m < N$, \mathbf{y} 为观测信号, \mathbf{x} 为块稀疏信号(Block-sparse Signal):

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1, \dots, x_d, x_{d+1}, \dots, x_{2d}, \dots, x_{N-d+1}, \dots, x_N \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

其中 $N = Md$, $\mathbf{x}[l]$, $(l = 1, \dots, M)$ 称为一个子块,块稀疏是指大多数子块为零.定义块稀疏度 K :如果向量 \mathbf{x} 称为块 K 稀疏信号,则 $\mathbf{x}[l]$ 至多有 K 个不为0的欧几里德(Euclidean)范数.由式(2)可见,当 $d = 1$ 时,块稀疏退化一般意义下的稀疏.为简化问题,假设 $\mathbf{x}[l]$ 等长,都为 d .块稀疏信号压缩感知的一个重要任务就是如何利用源信号的特定模型更高效地重构出源信号.

与式(2)类似,测量矩阵 Φ 也按此分块:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_1, \dots, \phi_d, \phi_{d+1}, \dots, \phi_{2d}, \dots, \phi_{N-d+1}, \dots, \phi_N \end{bmatrix} \quad (3)$$

实际中很多稀疏信号都满足块稀疏信号的形式,如多波段信号(multi-band signal)、DNA阵列(DNA microarray)、雷达脉冲信号(radar pulse signal)以及多测量向量问题(multiple measurement vector problem)等等^[11],研究这些具有特定结构的稀疏信号重构算法具有重要意义.

2.2 块稀疏信号重构算法

对于压缩感知中块稀疏信号的重构问题,文献[11, 12]提出了三种典型算法,目前块稀疏信号的重构主要基于这三种方法,下面给予简单介绍.

(1)L-OPT算法.该算法主要是解决下面的优化问题^[11]:

$$\min \sum_{l=1}^M \|\mathbf{x}[l]\|_2, \quad \text{s.t. } \mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} \quad (4)$$

然后可转化为凸优化工具包(convex second order cone program, SOCP)能解决的二次锥规划问题^[14].

(2)BMP算法.该算法主要步骤如下^[12]:

(a)初始化残差 $\mathbf{r}_0 = \mathbf{y}$,在第 l 步($l \geq 1$)迭代的时候,选择与残差 \mathbf{r}_{l-1} 最匹配的块:

$$i_l = \arg \max_i (\text{mean}(|\Phi^T[i] \mathbf{r}_{l-1}|)) \quad (5)$$

(b)确定 i_l 后,寻找 $\mathbf{x}[l]$,使得:

$$\arg \min_{\{\mathbf{x}[l] | l \in I\}} \left\| \mathbf{y} - \sum_{i \in I} \Phi[i] \mathbf{x}_i[i] \right\|_2 \quad (6)$$

其中 I 表示 i_j 的集合, $1 \leq j \leq l$.

(c)更新残差:

$$\mathbf{r}_l = \mathbf{r}_{l-1} - \Phi[i_l] \Phi^+[i_l] \mathbf{r}_{l-1} \quad (7)$$

(3)BOMP算法^[12].该算法前两步和BMP相同,但BOMP引入正交化思想,通过下式更新残差:

$$\mathbf{r}_l = \mathbf{y} - \sum_{i \in I} \Phi[i] \mathbf{x}_l[i] \quad (8)$$

这样提高了寻找信号支撑块的效率和精度.下面给出BMP和BOMP算法框图:



图1 BMP和BOMP算法框图

从算法框图可以看出,算法主要由三部分构成:相关最大化、更新信号支撑块、更新残差.其中算法在每次相关最大化操作时只找到一个信号支撑块,对于块稀疏度为 K 的信号,至少需要 K 次迭代才能恢复源信号,算法效率偏低;且每次迭代找到信号支撑块后,便不再改变,对于错误的支撑块,算法没有修复能力,导致信号的重构概率不高.

3 本文算法描述

针对BOMP和BMP算法的缺点,本文引入子空间思想^[7],提出了一种基于子空间的块稀疏信号压缩感知重构算法.该算法每次迭代找到 K 个信号支撑块的估计,然后计算残差,并在下一次迭代时,利用回溯思想修正更新上一次找到的信号支撑块估计值,最后直到残差为零,找到信号的整个支撑块,通过伪逆运算重构出源信号.算法框图如下:

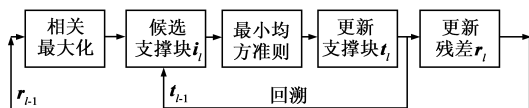


图2 本文算法框图

根据框图,下面对算法的具体步骤进行详细阐述.

3.1 算法步骤

(1)设定算法输入:高斯分布测量矩阵 $\Phi \in \mathbb{R}^{m \times N}$

(列归一化), 观测信号 \mathbf{y} , 块稀疏度 K , 算法迭代误差 δ , 分块向量 \mathbf{B} . 对于式(2)描述的块稀疏信号, 分块向量的确定如下:

$$\mathbf{B}^T = [\underbrace{1, \dots, 1}_d, \underbrace{2, \dots, 2}_d, \dots, \underbrace{M, \dots, M}_d] \quad (9)$$

(2) 初始化残差值 $\mathbf{r}_0 = \mathbf{y}$, 迭代次数 $l = 1$, 信号支撑块 $\mathbf{t}_0 = \emptyset$, 重构向量 $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$.

(3) 相关最大化: 第 l 次迭代时 ($1 \leq l \leq M$), 选择与残差 \mathbf{r}_{l-1} 最匹配的子空间 \mathbf{i}_l , 具体操作为:

$$\mathbf{i}_l = \arg \max_k (\text{mean}(|\Phi^T[l] \mathbf{r}_{l-1}|)) \quad (10)$$

即测量矩阵转置后的每一块与残差相乘后, 取绝对值后再平均, 最后选择最大的 K 个值的标号赋值给 \mathbf{i}_l , 这里的标号对应 \mathbf{B} 中的分组号 ($1, 2, \dots, M$).

(4) 回溯: $\hat{\mathbf{i}}_l = \mathbf{t}_{l-1} \cup \mathbf{i}_l$.

(5) 最小均方准则: 从 $2K$ 个块中找出 K 个与空间 $\Phi_{\hat{\mathbf{i}}_l}$ 距离最近的块 \mathbf{t}_l :

$$\mathbf{t}_l = \arg \max_k (\text{mean}(|\Phi_{\hat{\mathbf{i}}_l}^T \mathbf{y}|)) \quad (11)$$

其中 $\Phi_{\hat{\mathbf{i}}_l}^+ = (\Phi_{\hat{\mathbf{i}}_l}^T \Phi_{\hat{\mathbf{i}}_l})^{-1} \Phi_{\hat{\mathbf{i}}_l}^T$ 为 $\Phi_{\hat{\mathbf{i}}_l}$ 的伪逆. $\Phi_{\hat{\mathbf{i}}_l}$ 为 $\hat{\mathbf{i}}_l$ 对应的测量矩阵 Φ 的列向量组成的矩阵. 且 $\mathbf{t}_l \subset \hat{\mathbf{i}}_l$.

(6) 计算残差 \mathbf{r}_l : $\mathbf{r}_l = \mathbf{y} - \Phi_{\mathbf{t}_l} (\Phi_{\mathbf{t}_l}^+ \mathbf{y})$.

(7) 判断步骤(6)中所述的第 l 次迭代后的残差 \mathbf{r}_l 是否小于预先设定迭代误差 δ , 判断结果为是, 则执行步骤(10), 判断结果为否, 则执行步骤(8).

(8) 判断步骤(7)中所述的迭代次数 l 的取值是否大于分组数 M , 判断结果为是, 则执行步骤(10), 判断结果为否, 则执行步骤(9).

(9) 将迭代次数 l 的值加 1, 返回步骤(3).

(10) 输出重构向量 $\hat{\mathbf{x}} = \Phi_{\hat{\mathbf{i}}_l}^+ \mathbf{y}$.

3.2 计算复杂度分析

本文算法的计算复杂度主要集中在相关最大化 (Correlation Maximization, CM) 操作上[7], 即测量矩阵与残差的乘积. 因此为确定本文算法的复杂度, 只需确定精确重构需要的迭代次数. 为此, 采用文献[7]中的实验测试方法. 实验设置如下:

(1) 测量矩阵 $\Phi \in \mathbb{R}^{m \times N}$ 为高斯分布, $m = 256$, $N = 512$, 分块大小 $d = 4$. 其中块稀疏度 $K = 1, 2, \dots, 30$. 随机选定 K 个块, 分别在这 K 个块上赋值得到所需的仿真测试信号 \mathbf{x} (幅度采用均匀分布或 0-1 信号); 在无噪声环境下通过式(1)得到测量信号 \mathbf{y} .

(2) 对每个块稀疏度 K , 算法精确重构 200 次. 得到算法的平均迭代次数.

图 3 给出了算法的平均迭代次数随信号块稀疏度的变化曲线.

图中表明, 本文算法平均迭代次数满足 $n_{it} = O(\log K)$. 所以在精确重构的条件下, 本文算法的复杂

度可以较好地估计. 算法每次迭代进行 CM 运算需要 mN 次乘法, 因此算法总的复杂度可控制在 $O(mN \log K)$ 以内.

相比于其他三种算法, L-OPT 是基于凸优化的算法, 可以看成是 BP 算法在块稀疏信号中的拓展, 因此其复杂度与 BP 算法相当, 为 $O(N^3)$ [5]. BMP 和 BOMP 属于贪婪算法, 其计算复杂度也主要集中在 CM 操作上. BOMP 每次 CM 找到一个信号支撑块, 因此需要 K 次迭代, 所以 BOMP 的计算复杂度为 $O(KmN)$, 而 BMP 比 BOMP 少一个正交化步骤, 因此复杂度也可以控制在 $O(KmN)$ 以内[8]. 所以在复杂度方面, 本文算法均低于 L-OPT、BMP 和 BOMP 算法.

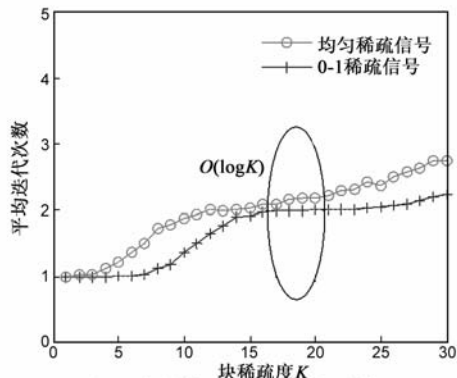


图3 本文算法平均迭代次数

3.3 算法重构源信号的充分条件

定理 1 若 \mathbf{x} 为一块大小为 d 、块 K -稀疏的信号, 则本文算法能重构 \mathbf{x} 的充分条件为:

$$\rho_c(\Phi_0^+ \bar{\Phi}_0) < 1 \quad (12)$$

其中, $\Phi_0 \in \mathbb{R}^{m \times (dK)}$ 为测量矩阵 Φ 中与 \mathbf{x} 对应非零块组成的矩阵, $\bar{\Phi}_0 \in \mathbb{R}^{m \times (N-dK)}$ 为 Φ 中除去 Φ_0 部分组成的矩阵. 且定义:

$$\rho_c(\Phi) = \max_r \sum_l \rho(\Phi[l, r]) \quad (13)$$

ρ 为矩阵 Φ 的谱半径, $\Phi[l, r]$ 为 Φ 中第 (l, r) 个 $d \times d$ 大小的块.

为证明定理之前, 给出一些必要的定义以及引理. 首先, 定义向量 \mathbf{x} 的混合 l_2/l_p 范数 ($p = 1, 2, \infty$):

$$\|\mathbf{x}\|_{2,p} = \|\mathbf{v}\|_p, \text{ 其中 } v_l = \|\mathbf{x}[l]\|_2 \quad (14)$$

若对于矩阵 $\Phi \in \mathbb{R}^{m \times N}$, $m = Rd$, $N = Md$ (R, M 为整数), 矩阵 Φ 的混合范数定义如下:

$$\|\Phi\|_{2,p} = \max_{\mathbf{x} \neq \mathbf{0}} \frac{\|\Phi \mathbf{x}\|_{2,p}}{\|\mathbf{x}\|_{2,p}} \quad (15)$$

引理 1 若矩阵 Φ 为 $m \times N$ 大小, 且 $m = Rd$, $N = Md$, $\Phi[l, r]$ 为 Φ 中第 (l, r) 个 $d \times d$ 大小的块. 则有下式成立[10]:

$$\|\Phi\|_{2,\infty} \leq \max_l \sum_r \rho(\Phi[l, r]) \triangleq \rho_r(\Phi) \quad (16)$$

$$\|\Phi\|_{2,1} \leq \max_r \sum_l \rho(\Phi[l, r]) \triangleq \rho_c(\Phi) \quad (17)$$

特别地, $\rho_r(\Phi) = \rho_c(\Phi^T)$.

定理 1 的证明 根据 3.1 中算法描述知,算法的重点是找到正确的信号支撑块,然后通过伪逆运算重构 x ,所以若算法能重构 x ,则等价于步骤(3)进行相关最大化操作时每次都能找到部分正确的信号支撑块,即等价于下式成立:

$$\frac{\|\bar{\Phi}_0^T r_l\|_{2,\infty}}{\|\Phi_0^T r_l\|_{2,\infty}} < 1 \quad (18)$$

即算法每次迭代后的残差 r_l 与空间 Φ_0 的距离比与空间 $\bar{\Phi}_0$ 的距离近,可通过图 4 的几何解释直观说明.

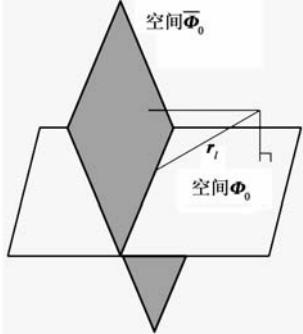


图4 残差 r_l 与空间 Φ_0 的距离比与空间 $\bar{\Phi}_0$ 的距离对比

于是只需由定理 1 推出式(18)即可.

因为:

$$\rho_c(\Phi_0^+ \bar{\Phi}_0) < 1 \text{ 且 } \rho_c(\Phi_0^+ \bar{\Phi}_0) = \rho_r(\bar{\Phi}_0^T (\Phi_0^+)^T) \quad (19)$$

所以有: $\rho_r(\bar{\Phi}_0^T (\Phi_0^+)^T) < 1$.

根据引理 1 的式(16)有:

$$\begin{aligned} \rho_r(\bar{\Phi}_0^T (\Phi_0^+)^T) &\geq \frac{\|\bar{\Phi}_0^T (\Phi_0^+)^T\|_{2,\infty}}{\|\Phi_0^T r_l\|_{2,\infty}} \\ &= \frac{\|\bar{\Phi}_0^T (\Phi_0^+)^T \Phi_0^T r_l\|_{2,\infty}}{\|\Phi_0^T r_l\|_{2,\infty}} \end{aligned} \quad (20)$$

由伪逆的性质知 $\Phi_0 \Phi_0^+ r_l = r_l$,且 $\Phi_0 \Phi_0^+$ 为 Hermitian 矩阵,所以有: $(\Phi_0^+)^T \Phi_0^T r_l = r_l$.

$$\text{故: } \rho_r(\bar{\Phi}_0^T (\Phi_0^+)^T) \geq \frac{\|\bar{\Phi}_0^T r_l\|_{2,\infty}}{\|\Phi_0^T r_l\|_{2,\infty}}$$

所以得到:

$$\frac{\|\bar{\Phi}_0^T r_l\|_{2,\infty}}{\|\Phi_0^T r_l\|_{2,\infty}} < 1 \quad (21)$$

于是完成了定理 1 的证明.

对此定理的两点说明:

(1)在实际的数据传输中,源信号的一些先验知识已知(如支撑块位置),可通过计算验证测量矩阵是否满足充分条件.

(2)对于源信号未知的情况,可设计列向量归一化且满足几乎正交的测量矩阵用于压缩过程.因为各列之间的归一正交性,故 $\Phi_0^T \Phi_0$ 近似一单位阵,有:

$$\Phi_0^+ = (\Phi_0^T \Phi_0)^{-1} \Phi_0^T \approx \Phi_0^T \quad (22)$$

所以:

$$\Phi_0^+ \bar{\Phi}_0 \approx \Phi_0^T \bar{\Phi}_0 \approx 0 \quad (23)$$

显然有 $\rho_r(\Phi_0^+ \bar{\Phi}_0) < 1$,故满足定理 1.

3.4 算法重构效果分析

根据 2.2 节 BMP 和 BOMP 算法框图,以及 3.1 节的本文算法的框图,从图中可以看出,本文算法与 BMP 和 BOMP 有两个主要不同的地方:一是本文算法利用子空间思想每次迭代时找到 K 个信号支撑块的估计,而 BMP 和 BOMP 每次只找到一个,这表明本文算法在复杂度方面要低于 BMP 和 BOMP;二是本文算法引入回溯思想,在下一迭代时可以修正上一次迭代信号支撑块的估计,而 BMP 和 BOMP 没有这一步操作,导致了信号支撑块一旦估计错误将不能进行修正,这表明本文算法的重构效果更好.

4 仿真实验

为验证本文算法对块稀疏信号的重构能力,实验中将本文算法和 L-OPT、BMP 以及 BOMP 算法进行对比.参考文献[12],实验步骤如下:

(1)随机产生一个高斯分布矩阵 $\Phi \in \mathbb{R}^{m \times N}$,做列归一化,由于测量矩阵随机产生,因此每一列几乎正交,由 3.3 中证明知满足定理 1.给定分块大小 d 以及块稀疏度 K ,随机选定 K 个块,分别在这 K 个块上赋值得到所需的仿真测试信号.

(2)在无噪环境下通过式(1)得到观测信号 $y = \Phi x$,利用每种重构算法得到重构信号 \hat{x} ,若 $\|\hat{x} - x\|_2 < 10^{-5}$ 则重构成功.

(3)对每种算法运行 500 次,并计算重构概率.

本实验过程中,分别采用幅值为均匀(uniform)随机分布的信号和幅值为 0-1 的二值信号进行实验.测量矩阵行数 $m = 80$,列数 $N = 160$,块大小 $d = 8$,源信号的块稀疏度 $K = 1, 2, \dots, 12$,计算每种算法在不同 K 值下的重构概率,并绘制重构概率随块稀疏度的变化曲线.实验结果如图 5 所示.

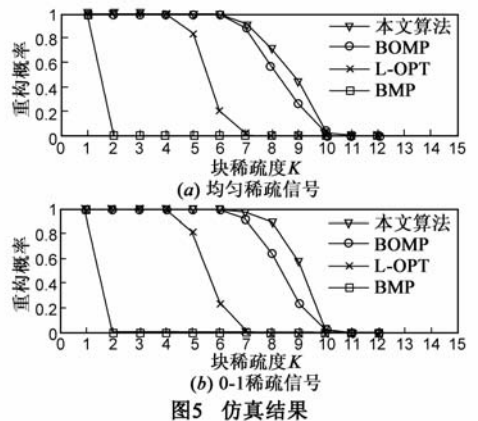


图5 仿真结果

其中图 5(a)是幅值为均匀分布的信号实验结果,图 5(b)为 0-1 的二值信号实验结果.从图中可见,无论对于哪类块稀疏信号,本文算法的重构概率比其他

三种方法都有提高,相对 L-OPT 和 BMP,本文算法占有绝对优势;而相对 BOMP,本文算法也有明显的效果,尤其在 $K=8$ 和 $K=9$ 时,本文算法重构概率比 BOMP 提高了 15% 以上,可见本文算法引入的回溯思想起了重要作用,减少了寻找信号支撑块错误的几率。

5 结论

本文提出了一种新的算法——基于子空间的块稀疏信号压缩感知重构算法。此方法每次找到 K 个信号支撑块,并引入回溯思想对上一次找到的信号支撑块进行修正,直到找到正确的信号支撑块,最后通过伪逆重构源信号。本文也证明了算法重构源信号的充分条件,说明了本文算法适用性广。通过仿真实验表明该算法精度高,迭代次数小,复杂度可控制在 $O(mN\log K)$ 以内,对于精度和实时性要求较高的场合具有实际意义。

参考文献

- [1] E Candès, J Romberg, Terence Tao. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. *IEEE Trans on Information Theory*, 2006, 52(2): 489 – 509.
- [2] E J Candès. An introduction to compressive sampling: A sensing/sampling paradigm that goes against the common knowledge in data acquisition [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 21 – 30.
- [3] 石光明, 刘丹华, 高大华, 等. 压缩感知理论及其研究进展 [J]. *电子学报*, 2009, 37(5): 1070 – 1081.
Shi Guang-ming, Liu Dan-hua, Gao Da-hua, et al. Advances in theory and application of compressed sensing [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(5): 1070 – 1081. (in Chinese)
- [4] 练秋生, 陈书贞. 基于解析轮廓波的图像稀疏表示及其在压缩传感中的应用 [J]. *电子学报*, 2010, 38(6): 1293 – 1298.
Lian Qiu-sheng, Chen Shu-zhen. Sparse image representation using the analytic contourlet transform and its application on compressed sensing [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2010, 38(6): 1293 – 1298. (in Chinese)
- [5] E Candès, Terence Tao. Decoding by linear programming [J]. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2005, 51(12): 4203 – 4215.
- [6] J A Tropp, A C Gilbert. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit [J]. *IEEE Trans on Information Theory*, 2007, 53(12): 4655 – 4666.
- [7] W Dai, O Milenkovic. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction [J]. *IEEE Trans on Information Theory*, 2009, 55(5): 2230 – 2249.

- [8] D Needell, J A Tropp. CoSaMP: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2009, 26(3): 301 – 321.
- [9] T T Do, L Gan, N Nguyen, T D Tran. Sparsity adaptive matching pursuit algorithm for practical compressed sensing [A]. *Proceedings of the 42th Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers [C]*. Pacific Grove, California, 2008. 581 – 587.
- [10] R G Baraniuk, V Cevher, M F Duarte, C Hegde. Model-based compressive sensing [J]. *IEEE Trans on Information Theory*, 2010, 56(4): 1982 – 2001.
- [11] Y C Eldar, M Mishali. Robust recovery of signals from a structured union of subspaces [J]. *IEEE Trans on Information Theory*, 2009, 55(11): 5302 – 5316.
- [12] Y C Eldar, P Kuppinger, H Bölcskei. Compressed sensing of block-sparse signals: uncertainty relations and efficient recovery [J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2010, 58(6): 3042 – 3054.
- [13] Y Han, C Hartmann, C C Chen. Efficient priority-first search maximum-likelihood soft-decision decoding of linear block codes [J]. *IEEE Trans on Information Theory*, 1993, 39(5): 1514 – 1523.
- [14] M Lobo, L Vandenberghe, S Boyd. Applications of second-order cone programming [J]. *Linear Algebra and its Applications*, 1998, 284(1 – 3): 193 – 228.

作者简介



付宁 男, 1979 年出生于河南省鹤壁市, 博士, 哈尔滨工业大学自动化测试与控制系讲师, 主要研究方向为压缩感知理论、盲信号处理、自动测试技术等。

E-mail: funinghit@163.com



曹离然 男, 1987 年出生于四川省内江市, 在读硕士研究生, 主要研究方向为压缩感知算法、盲信号处理等。

E-mail: liran4538@hotmail.com

彭喜元 男, 1961 年出生于内蒙古自治区四子王旗, 博士, 哈尔滨工业大学自动化测试与控制系教授, 博士生导师, 主要研究方向为自动测试技术、计算智能、模式识别、故障诊断技术等。

E-mail: pxy@hit.edu.cn